Principe de la distributivité sur la multiplication de polynômes

En algèbre, lorsque l'on doit multiplier des polynômes, intervient la notion de distributivité. Du même coup, nous devons appliquer les lois des exposants selon le cas.

Je dis toujours à mes élèves la phrase suivante : quand tu distribues, tu appliques les lois des exposants et par la suite, tu traites les termes semblables.

Rappel sur les lois des exposants.

Première loi : $a^m \bullet a^n = a^{m+n}$

Deuxième loi : $a^m \div a^n = a^{m-n}$

Troisième loi : $(a^m)^n = a^{m \times n}$

Quatrième loi : $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

Cinquième loi : $b^{-m} = \left(\frac{1}{b}\right)^m$

Il n'y a rien de mieux que des situations concrètes pour bien saisir la multiplication de polynômes.

<u>Premier cas</u>

$$2(3x + 4)$$

Le nombre 2 va multiplier les deux termes du binôme.

$2(3x + 4)$

Réponse : $6x + 8$

<u>Deuxième cas</u>

$$2x\,(3x + 4)$$

Le terme variable 2x va multiplier les deux termes du binôme. Nous allons appliquer la première loi des exposants pour la variable x.

$2x(3x + 4)$

Réponse : $6x^2 + 8x$

Principe de la distributivité sur la multiplication de polynômes

Troisième cas

$$2x\ (3x + 4) – 3x\ (4x^2 + 6x)$$

Ici, il faut faire attention à la deuxième distributivité. Devant la parenthèse, nous avons -3x. Nous allons donc multiplier par -3x et cela aura un impact sur les signes.

$2x\ (3x + 4) – 3x\ (4x^2 + 6x)$
$6x^2 + 8x -12x^3 – 18x^2$

Comme je le dis à mes élèves, lorsque l'on distribue, on applique les lois des exposants. Maintenant, il me reste à traiter les termes semblables.

$6x^2 + 8x -12x^3 – 18x^2$
Réponse : $-12x^3 -12x^2 + 8x$

Les seuls termes semblables sont $6x^2$ et $-18x^2$. De plus, lorsque l'on écrit notre réponse, nous commençons toujours par l'exposant le plus élevé.

Quatrième cas

$$(2x -3)(3x + 4)$$

Ici, nous sommes en présence de deux binômes. Tout ce que l'on doit faire est de prendre chaque terme du premier binôme et de les multiplier à chacun des termes du deuxième binôme.

$(2x -3)(3x + 4)$

$6x^2 + 8x -9x -12$

Chaque couleur représente la multiplication qui a été effectuée à l'aide des flèches de couleurs. Comme je le dis à mes élèves, lorsque l'on distribue, on applique les lois des exposants. Maintenant, il me reste à traiter les termes semblables.

$6x^2 + 8x -9x -12$
Réponse : $6x^2 - x -12$

Principe de la distributivité sur la multiplication de polynômes

Cinquième cas

On peut *généraliser* le **quatrième cas** en spécifiant que si l'on multiplie un polynôme par un polynôme, chaque terme du premier polynôme devra multiplier chacun des termes du second polynôme.

Par exemple, voici deux trinômes :

$$(2x^2 + 5x + 4)(3x^2 – 4x – 6)$$

$(2x^2 + 5x + 4)(3x^2 – 4x – 6)$

$6x^4 – 8x^3 – 12x^2 + 15x^3 – 20x^2 – 30x + 12x^2 – 16x - 24$

Chaque terme du premier polynôme (ils sont désignés par une couleur spécifique) multiplie chacun des termes du second polynôme (voir le résultat avec la couleur utilisée).

Comme je le dis à mes élèves, lorsque l'on distribue, on applique les lois des exposants. Maintenant, il me reste à traiter les termes semblables.

$6x^4 – 8x^3 – 12x^2 + 15x^3 – 20x^2 – 30x + 12x^2 – 16x - 24$

Réponse : $6x^4 + 7x^3 – 20x^2 – 46x - 24$

