Exercice

Un organisateur d'événement désire offrir à ses visiteurs des rafraîchissements. Il veut offrir du jus d'orange avec et sans pulpe. Pour ce faire, il va acheter chez un grossiste des contenants de 1L pour le jus d'orange avec pulpe et de 2L pour le jus d'orange sans pulpe. Il estime qu'au minimum, il devra avoir 180 contenants à sa disposition. Par contre, selon lui, il se boira au plus 320 litres de jus d'orange. Il veut avoir en sa possession au minimum 2 fois plus de contenant de 2L que de 1L. Lors de la vente du jus d'orange, il estime faire un profit de 2$ sur l'utilisation des contenants de 1L et de 3,5$ sur les contenants de 2L. Quel est le profit maximal que notre organisateur peut espérer cette année?

Étape 1 : Identification des variables

x :
y :

Étape 2 : mathématiser les contraintes et faire le graphique

____

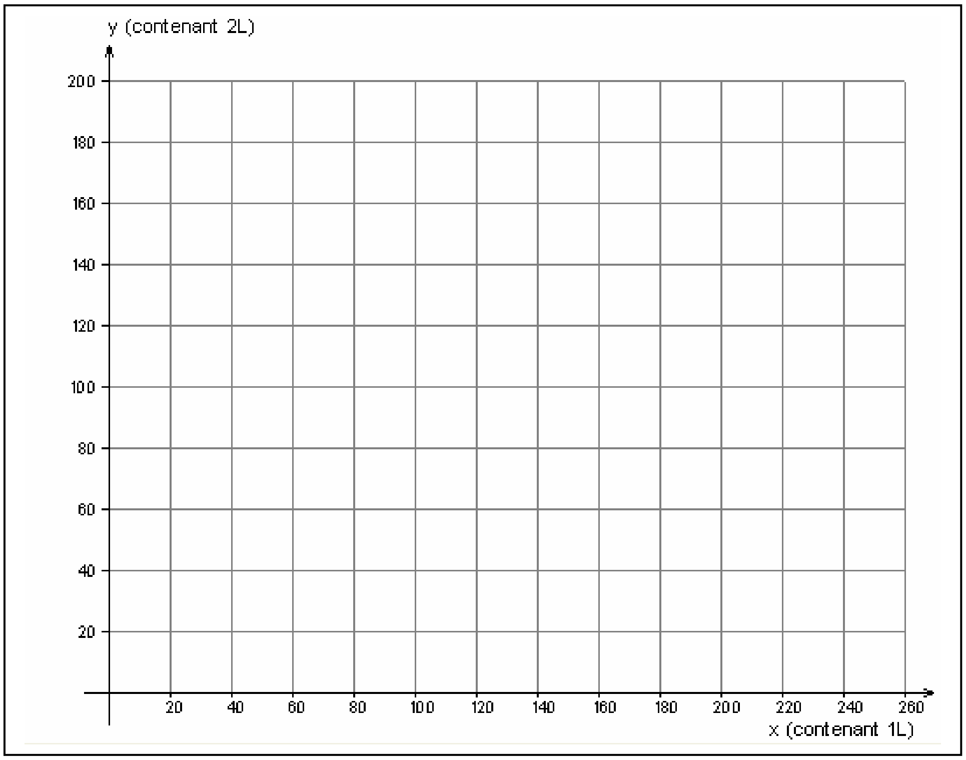
____

____

____

____

____



Étape 3 : trouver les sommets

Sommets : (,), (,), (,), (,), (,), (,) Étape 4 : formule du profit à maximiser

____

Étape 5 : Compléter le tableau suivant

Sommets	M = _______________	Résultats

Étape 6 : formulation de la réponse en tenant

____

____

Solutionnaire :

Étape 1 :

Il faut identifier les variables x et y. Ensuite, il faut créer les contraintes.

x : nombre de contenant de 1L
y : nombre de contenant de 2L

$x \geq 0$
$y \geq 0$
(1) $x + y \geq 180$
(2) $x + 2y \leq 320$
(3) $y \geq 2x$

Étape 2 :

Il s'agit de traduire toutes les contraintes dans un plan cartésien. À l'aide des inégalités, on repère le polygone de contraintes qui contient toutes les parties ombragées de chacune des contraintes.

Reprenons les inégalités et isolons la variables y.

$x \geq 0$
$y \geq 0$
(1) $x + y \geq 180$ devient $y \geq 180 - x$
(2) $x + 2y \leq 320$ devient $y \leq 160 – x/2$
(3) $y \geq 2x$

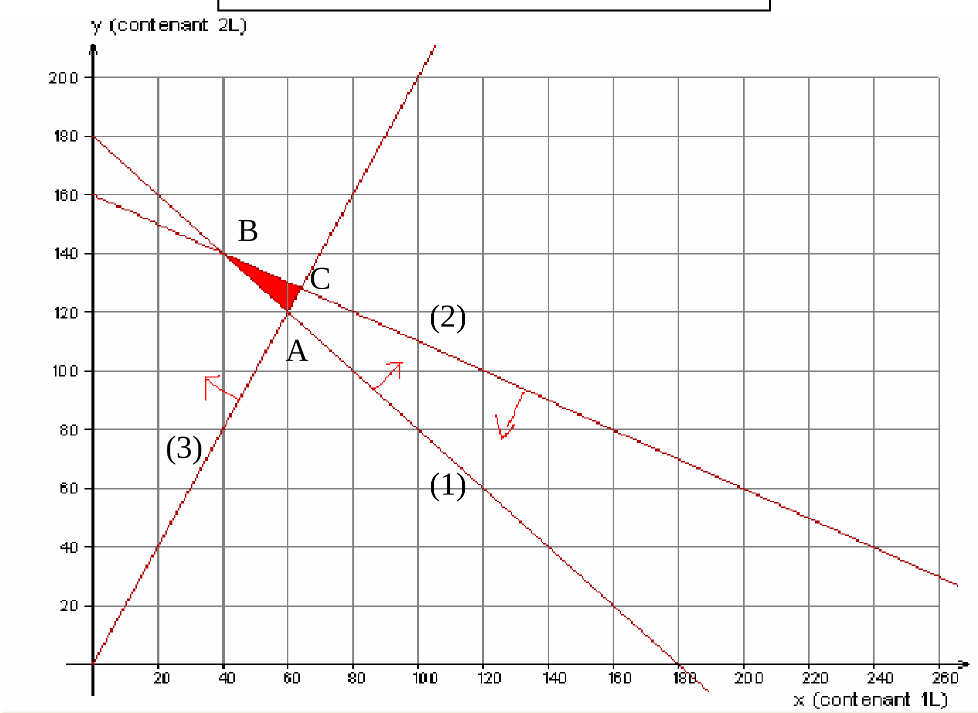
Maintenant, commençons à tracer les droites.

x	y = 180 - x
0	180
60	120
180	0

X	y = 180 – x/2
0	860
100	130
240	60

X	y = 2x
0	0
40	80
80	160

Nombres de contenants de 1L et de 2L



Étape 3 :

Les sommets du polygone de contraintes détermineront la valeur minimale ou maximale de la fonction à optimiser. La méthode de comparaison sera utile pour trouver certains sommets.

À partir du polygone de contrainte, on considère tous les sommets.
Pour ce faire, nous avons besoin, dans certains cas, d'utiliser la méthode de comparaison d'où l'importance d'avoir isolé la variable y à l'étape 2.

Pour trouver les sommets, on va travailler avec l'égalité.

Sommet A :
C'est le point d'intersection entre les contraintes (1) et (3).
Donc $180 – x = 2x \Rightarrow 180 = 3x \Rightarrow x = 60$
$y = 2x \Rightarrow y = 2*60 = 120$
Le sommet sera la coordonnée (60, 120)

Sommet B :
C'est le point d'intersection entre les contraintes (1) et (2).
Donc, $180 – x = 160 – x/2 \Rightarrow 20 = x/2 \Rightarrow x = 40$
$Y = 180 – x = 180 – 40 = 140$
Le sommet sera la coordonnée (40, 140)

Sommet C :
C'est le point d'intersection entre les contraintes (2) et (3).
Donc, $160 – x/2 = 2x \Rightarrow 2{,}5x = 160 \Rightarrow x = 64$
$y = 2x = 2*64 = 128$
Le sommet sera la coordonnée (64, 128)

Étape 4 :

Il s'agit de formuler une équation qui permettra de calculer les valeurs, à l'aide des sommets trouver à l'étape 3, et ainsi répondre à la question du problème.

On veut le profit maximal.
$M = 2x + 3{,}5y$

Étape 5 :

Dans un tableau, on utilisera la fonction à optimiser et on effectuera un calcul pour chaque sommets trouver à l'étape 3.

Sommets	Fonction à optimiser : M = 2x + 3,5y
(60, 120)	540$
(40, 140)	570$
(64, 128)	576$

Étape 6 :

L'étape 5 nous donnera les calculs effectués pour chaque sommet. On retrouvera une valeur minimale et une valeur maximale qui servira à répondre au problème selon le contexte.

On veut le profit maximal. Donc, ce sera 576$.

Réponse : Pour obtenir le profit maximal, il devra utiliser 64 contenant de 1L et 128 contenant de 2L.