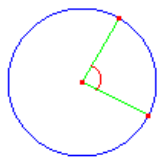


Géométrie

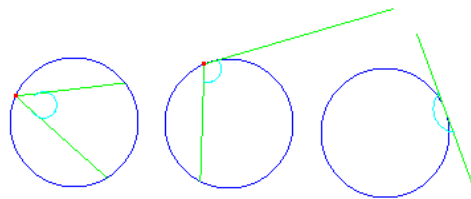
Quatrième partie : Angles dans un cercle

Nous allons voir différents angles dans un cercle.

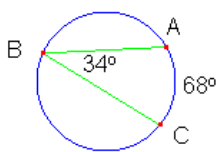
1. Angle au centre : Un angle au centre d'un cercle est un angle dont le sommet est situé au centre du cercle.



2. Angle inscrit : un angle inscrit dans un cercle est un angle dont le sommet est sur le cercle et dont les côtés sont sécants ou tangents au cercle.

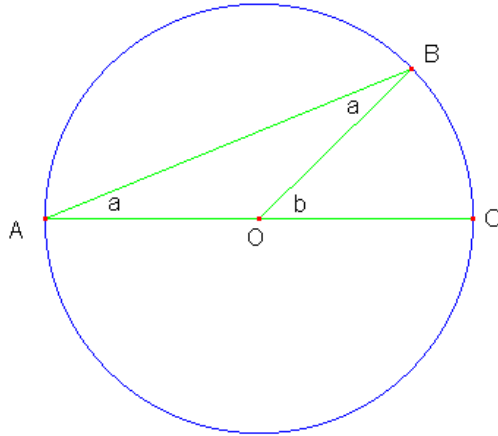


3. Théorème des angles inscrits : un angle inscrit mesure en degrés la moitié de l'arc qu'il intercepte.



$$L'angle\ ABC = \frac{1}{2} m\widehat{AC}$$

Démonstration :



Le triangle BOA est isocèle donc les angles BAO et ABO sont congrus.

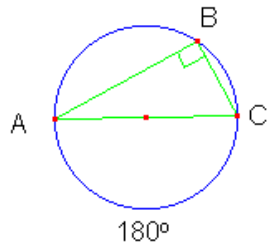
L'angle BOC est égal à la somme des deux angles intérieurs non adjacents du triangle.

Donc, $b = 2a$

L'arc \widehat{BC} mesure $2a$

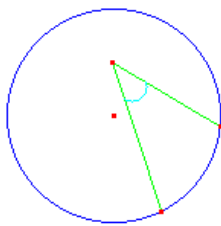
Alors, l'angle BAC mesure $\frac{1}{2}\widehat{BC}$

4. Corollaire du théorème des angles inscrits : un angle inscrit qui intercepte un demi-cercle est un angle droit.

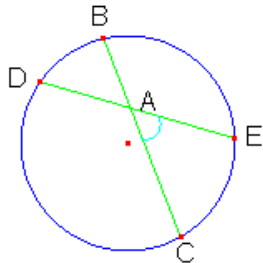


Le triangle ABC est rectangle en B

5. Angle intérieur : un angle intérieur d'un cercle est un angle dont le sommet est situé à l'intérieur du cercle.

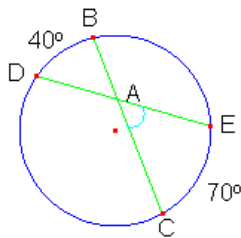


6. Théorème des angles intérieurs : La mesure en degré d'un angle intérieur est égale à la moitié de la somme des arcs interceptés par ses côtés et par les prolongements de ses côtés.



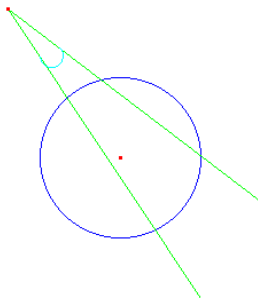
$$L'angle\ CAE = \frac{1}{2} (m\widehat{CE} + m\widehat{BD})$$

Exemple :

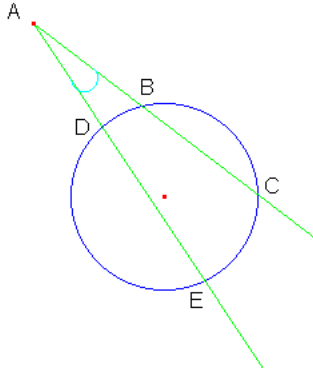


$$L'angle\ CAE = \frac{1}{2} (70^\circ + 40^\circ) = 55^\circ$$

7. Angles extérieurs : un angle extérieur d'un cercle est un angle dont le sommet est situé à l'extérieur du cercle et dont les côtés sont sécants ou tangents au cercle.

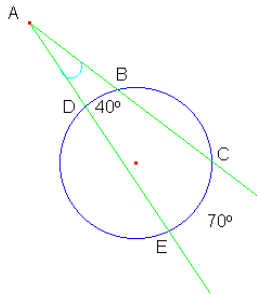


8. Théorème des angles extérieurs : la mesure en degré d'un angle extérieur est égale à la moitié de la différence des arcs interceptés par ses côtés.



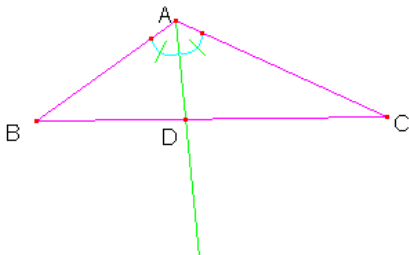
$$L'angle\ EAC = \frac{1}{2} (m\widehat{CE} - m\widehat{BD})$$

Exemple :



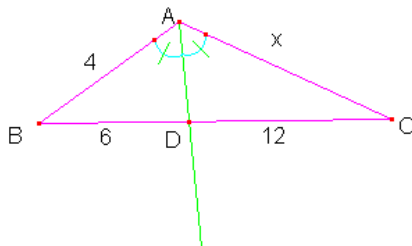
$$L'angle\ EAC = \frac{1}{2} (70^\circ - 40^\circ) = 15^\circ$$

9. Théorème de la bissectrice : la bissectrice d'un angle d'un triangle divise le côté opposé en deux segments de longueurs proportionnelles à celles des côtés adjacents.



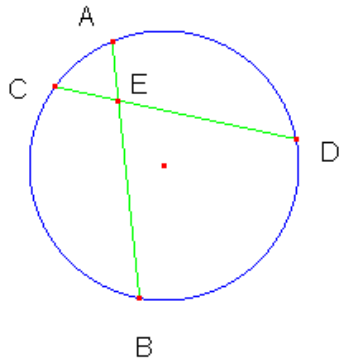
$$\frac{mAC}{mDC} = \frac{mAB}{mBD}$$

Exemple :



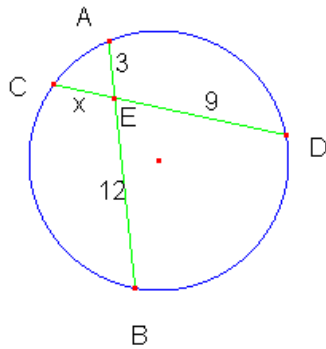
$$\frac{mAC}{mDC} = \frac{mAB}{mBD} \rightarrow \frac{x}{12} = \frac{4}{6} \rightarrow x = 8$$

10. Théorème des cordes sécantes : lorsque deux cordes se coupent dans un cercle, le produit des mesures des segments de l'une est égal au produit des segments de l'autre.



$$mAE \times mEB = mCE \times mED$$

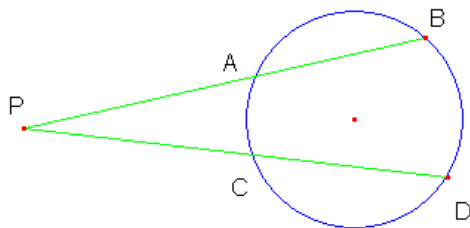
Exemple :



$$mAE \times mEB = mCE \times mED$$

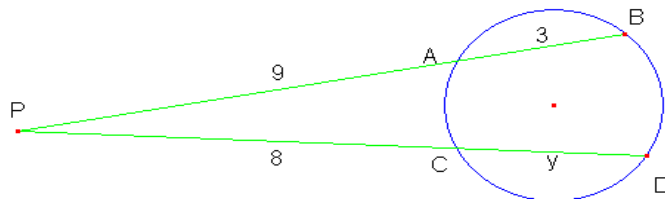
$$3 \times 12 = x \times 9 \rightarrow x = 4$$

11. Théorème du point extérieur : Si d'un point P extérieur à un cercle, on mène d'une part une sécante PB qui coupe le cercle en A et B, et d'autre part la sécante PD qui coupe le cercle en C et D, alors :



$$mPA \times mPB = mPC \times mPD$$

Exemple :



$$mPA \times mPB = mPC \times mPD$$

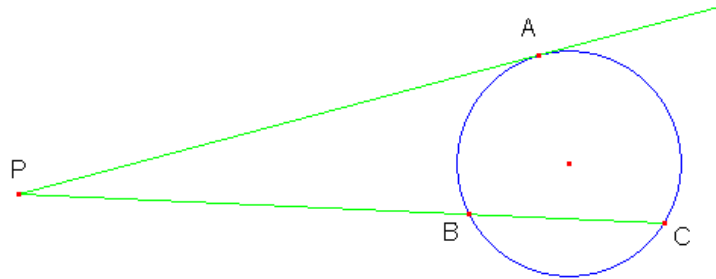
$$9 \times 12 = 8 \times (8+y)$$

$$108 = 8 \times (8 + y)$$

$$13,5 = 8 + y$$

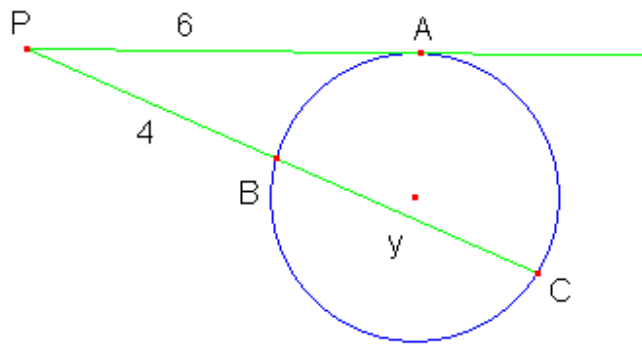
$$y = 5,5$$

12. Théorème de la puissance d'un point extérieur : Si d'un point P extérieur à un cercle, on mène d'une part une tangente PA au cercle, et d'autre part la sécante PC qui coupe le cercle en B et C, alors :



$$(mPA)^2 = mPB \times mPC$$

Exemple :



$$(mPA)^2 = mPB \times mPC$$

$$\begin{aligned} 6^2 &= 4 \times (4 + y) \\ 36 &= 4 \times (4 + y) \\ 9 &= 4 + y \\ y &= 5 \end{aligned}$$